

Capitolo 2

Il motore elettrico

2.1 Il motore elettrico: considerazioni iniziali

Un motore è una macchina elettrica in cui la potenza di ingresso sia di tipo elettrico e quella di uscita sia di tipo meccanico [6]. I motori elettrici in corrente continua hanno una notevole flessibilità di impiego e la loro velocità è facilmente controllabile. Essi si classificano sia secondo le caratteristiche meccaniche che le caratteristiche elettriche:

- dimensione (classe)
- tipo di magnete usato
- numero di spire sull' armatura

- tipo di fissaggio dell' armatura nella cassa

Tra le varie caratteristiche dei motori elettrici, il numero di spire risulta il punto decisivo per ottenere soddisfacenti prestazioni.

I pregi del motore a corrente continua:

- hanno un elevato rapporto potenza/peso;
- sono relativamente facili da regolare, sia come velocità che come coppia, soprattutto se non sono richieste prestazioni elevate;
- hanno una elevata coppia di spunto che li rende ideali, per esempio, nella trazione elettrica [6].

I difetti del motore a corrente continua:

- le spazzole sono oggetti particolarmente fragili ed inaffidabili nel lungo periodo;
- la commutazione meccanica delle spazzole causa picchi di tensione elevata che mettono a dura prova l' elettronica ed aumentano le emissioni elettromagnetiche;

- le spazzole limitano la massima velocità a poche migliaia di giri al minuto;
- la coppia di inerzia è relativamente elevata [6].

Come si può vedere, le prestazioni del motore elettrico sono limitate dalla presenza delle spazzole. La soluzione a tale problema sta nell'uso di motori senza spazzole (*brushless*), i quali complicano irrimediabilmente l'elettronica della macchina [6].

I motori in corrente continua sono stati ampiamente utilizzati in molte applicazioni industriali, quali l'eccitazione in derivazione (nastri trasportatori, ventole, pompe, presse, miscelatori), l'eccitazione composta (imballatrici, rulli di piegaggio, cesoie) e l'eccitazione serie (ponti, gru, montacarichi). Nel caso di applicazioni che fanno uso di numero relativamente alto di motori in corrente continua, l'uso di connessioni wired tra i motori usati e i dispositivi di controllo, quali sensori, attuatori e controllori, permette di ottenere le prestazioni desiderate senza grosse complicazioni. All'aumentare dei motori in gioco, risulta evidente che aumentano le connessioni e quindi risulta inadeguato l'uso di

connessioni wired per il sistema di controllo. In tali casi, connessioni wireless permettono di ottenere le medesime prestazioni risolvendo le complicità date dalle troppe connessioni.

In questo capitolo studieremo come realizzare un sistema di controllo basato su rete, a struttura diretta, per controllare la velocità di rotazione a regime di un motore DC.

2.2 Funzionamento di un motore DC

Un motore elettrico è una macchina elettrica che converte l'energia elettrica in energia cinetica. Per compiere questa trasformazione energetica, il motore elettrico, in genere, si compone di due parti: un *rotore* e un *statore* (fig. 2.1).

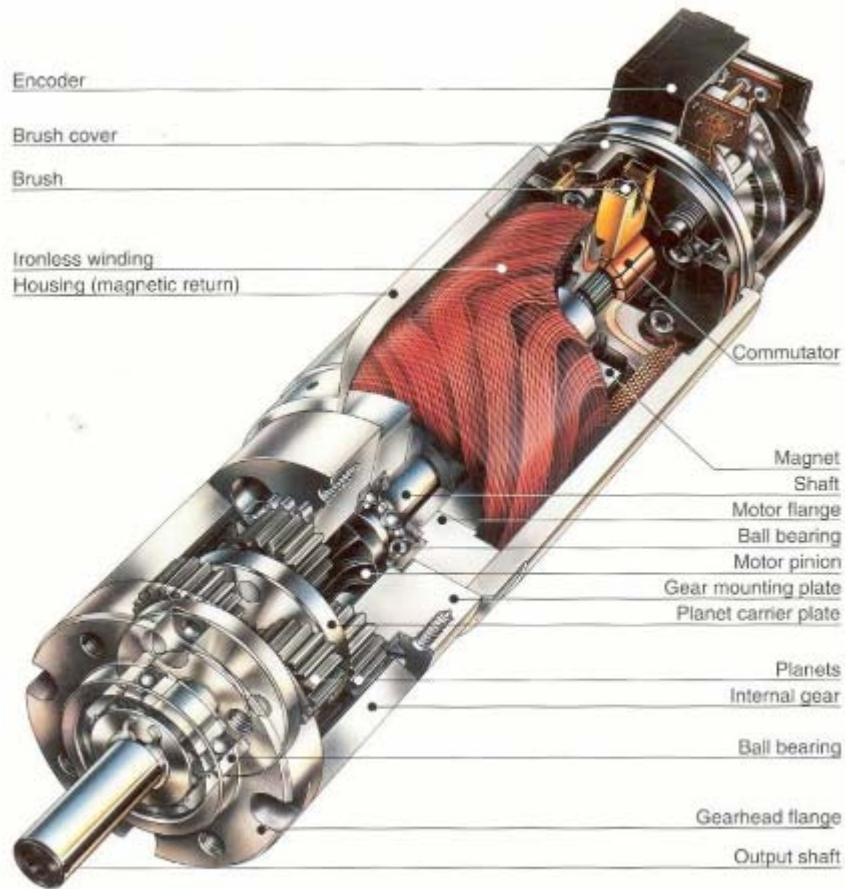


Fig. 2.1 – Tipico motore in corrente continua

Il rotore è la parte mobile del motore, e comprende tutti quei conduttori destinati a stabilire un campo magnetico che dovrà interagire con un campo analogo prodotto dallo statore; il rotore,

inoltre, possiede dei dispositivi che permettono di connetterlo elettricamente con lo statore. Lo statore, a sua volta, contiene conduttori destinati a produrre un campo magnetico che dovrà interagire con quello prodotto dal rotore; in più lo statore si trova saldamente collegato ad una base che sostiene l'intera apparecchiatura [7].

Il funzionamento di un motore elettrico in corrente continua si basa su due leggi fondamentali.

La prima legge, che deriva dalla legge di Faraday-Lenz, afferma che, se si fa muovere un conduttore di sezione costante e di lunghezza l con una velocità v in un campo magnetico B , si genera una forza elettromotrice indotta nel conduttore pari a:

$$E = B_n \cdot l \cdot v$$

dove B_n è la componente di B perpendicolare a v . Il verso di E è calcolato usando la regola della mano destra.

La seconda legge afferma che se un conduttore a sezione costante di lunghezza l , immerso in un campo magnetico B e attraversato da una corrente I , genera una forza:

$$F = B_n \cdot l \cdot I$$

dove B_n è la componente di B perpendicolare ad I . La direzione e il verso di F si ottengono con la regola della mano sinistra.

Per capire meglio l'applicazione di queste due leggi sul motore elettrico bisogna sapere che sia sullo statore che sul rotore sono montati degli avvolgimenti di materiale conduttore, opportunamente alimentati. Alcuni avvolgimenti hanno il compito di generare il campo magnetico B , formando il circuito di eccitazione; altri creano la sede di corrente I , formando il circuito di armatura. In generale, i due tipi di avvolgimenti si possono trovare sia sullo statore che sul rotore. In questo lavoro di tesi consideriamo l'avvolgimento di eccitazione montato sullo statore e l'avvolgimento di armatura montato sul rotore.

La fig. 2.2 illustra l'interazione tra gli avvolgimenti: quelli dello statore sono i due magneti indicati con N e S; quelli del rotore sono le due spire, colorate di rosso e blu, arrotolate intorno alla parte grigia centrale in rotazione.

Quando la corrente scorre negli avvolgimenti, si genera un campo magnetico intorno al rotore. La parte sinistra del rotore è respinta dal magnete di sinistra ed attratta da quello di destra. In maniera analoga, il magnete di destra, respinto dalla parte destra del rotore, viene attratto da quella di sinistra. Con tale interazione, la coppia di forze in gioco genera la rotazione.

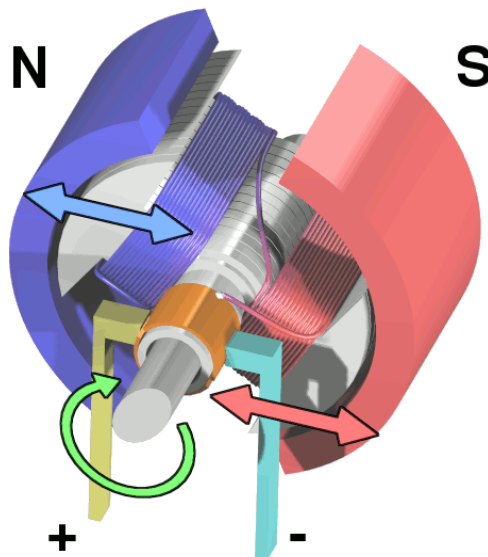


Fig. 2.2 – Interazione tra statore e rotore di un motore DC

Un interruttore rotante, detto *commutatore* o *collettore a spazzole* (nelle figure è rappresentato dall' anello color rame fissato

all' albero rotante, con due contatti striscianti + e – collegati alla parte ferma) inverte due volte per giro il senso della corrente che percorre i due avvolgimenti generando un campo magnetico in verso o nell' altro a seconda della direzione della corrente. Da queste continue inversioni nascono forze di attrazione e di repulsione con i magneti permanenti fissi [6].

Il rotore continua a ruotare, come mostrato in fig. 2.3, fino a quando non si allinea orizzontalmente con i magneti. In questo istante, il commutatore invertirà il senso delle correnti che scorrono negli avvolgimenti attorno al rotore, invertendo il verso del campo magnetico generato e producendo, quindi, la coppia di forze adatta ad effettuare la seconda parte del giro [6]. Tale fase del funzionamento del motore elettrico è mostrata in fig. 2.4.

La velocità di rotazione del motore dipende:

- intensità del campo magnetico generato
- tensione applicata
- carico

Al contrario, la coppia di forze generata dipende dalla corrente.

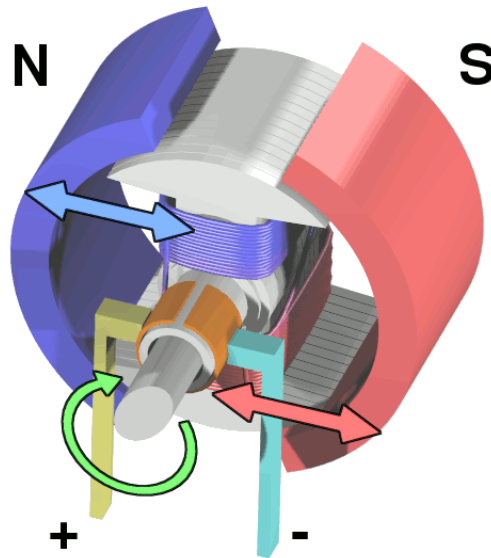


Fig. 2.3 – Motore DC in rotazione

Per poter effettuare un controllo del motore DC è necessario ottenere un modello matematico del sistema. In questo caso il motore può essere rappresentato come un sistema dinamico non lineare.

Secondo il criterio di sintesi utilizzato, si applicano le seguenti limitazioni introdotte dal modello rispetto ad un motore reale:

- ❖ l'assunzione che il circuito sia lineare;
- ❖ l'assunzione che l'attrito meccanico sia una funzione lineare della velocità del motore; si assume, quindi che nel motore sia presente soltanto l'attrito viscoso [4].

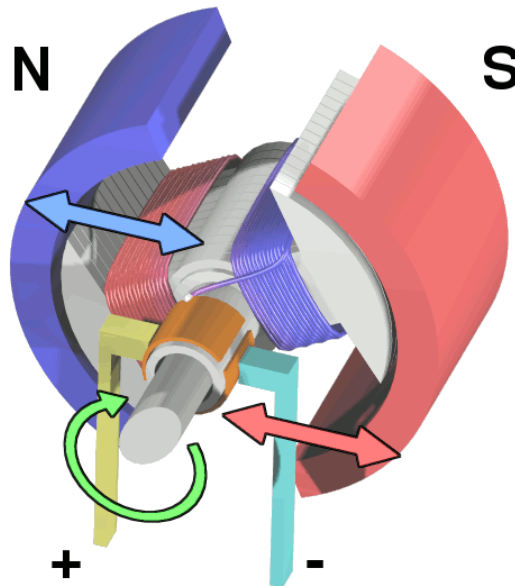


Fig. 2.4 – Inversione del senso della corrente negli avvolgimenti del rotore

2.3 Le equazioni elettriche e meccaniche

E' possibile definire un modello elettrico [9] equivalente al motore in corrente continua, così come mostrato nella figura 2.5. Si assumerà che lo statore abbia una sola terminazione polare, caratterizzata da una induttanza L_e associata al relativo avvolgimento e da una resistenza R_e associata alle dispersioni nel conduttore.

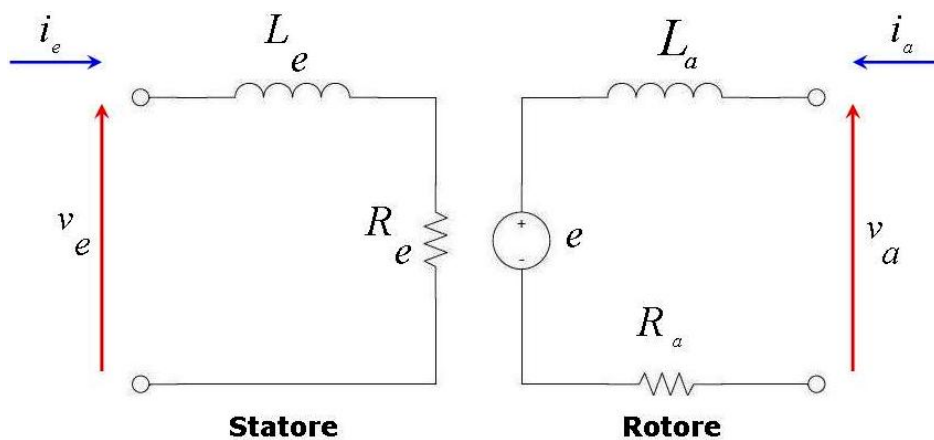


Fig. 2.5 – Schema elettrico equivalente di un motore DC

L' equazione analitica di questo circuito elettrico è data dall' equazione:

$$v_e(t) = L_e \frac{di_e(t)}{dt} + R_e i_e(t) \quad (2.1)$$

Calcolando la trasformata di Laplace di ambo i membri con le condizioni iniziali nulle si ottiene

$$V_e(s) = L_e I_e(s) s + R_e I_e(s)$$

dove $V_e(s)$ e $I_e(s)$ sono rispettivamente le trasformate nel dominio di Laplace delle funzioni $v_e(t)$ e $i_e(t)$.

Da quest' ultima formula si ricava che

$$\frac{I_e(s)}{V_e(s)} = \frac{K_e}{1 + \tau_e s} \quad (2.2)$$

dove $K_e = \frac{1}{R_e}$ è il *guadagno di statore* e $\tau_e = \frac{L_e}{R_e}$ è la *costante di*

tempo di statore.

Analogamente si assume che il rotore abbia una sola terminazione polare, caratterizzata da una induttanza L_a e da una resistenza R_a , così come mostrato in figura 2.5. Va, inoltre, considerato l'effetto della forza elettromotrice $e(t)$, che corrisponde ad una tensione indotta proporzionale alla velocità di rotazione. L'equazione che descrive il relativo circuito è

$$v_a(t) = L_a \frac{di_a(t)}{dt} + R_a i_a(t) + e(t) \quad (2.3)$$

Anche in questo caso, essendo la (2.3) una relazione lineare ed ipotizzando le condizioni iniziali nulle, possiamo applicare la trasformata di Laplace ed ottenere

$$\frac{I_a(s)}{V_a(s) - E(s)} = \frac{K_a}{1 + \tau_a s} \quad (2.4)$$

dove $V_a(s)$, $I_a(s)$ e $E(s)$ sono rispettivamente le trasformate nel dominio di Laplace delle funzioni $v_a(t)$, $i_a(t)$ e $e(t)$.

Analogamente, le grandezze $K_a = \frac{1}{R_a}$ e $\tau_a = \frac{L_a}{R_a}$ vengono

chiamate, rispettivamente, *guadagno di rotore* e *costante di tempo di rotore*.

Basandosi sulle proprietà fisiche del motore e sulle relazioni che caratterizzano l' interazione tra le grandezze meccaniche e le grandezze elettriche del motore, si può dimostrare che sussistono ulteriori relazioni. Infatti, quando il motore ruota con velocità angolare ω , nel circuito di armatura viene generata una forza contro-elettromotrice proporzionale secondo una costante K_b alla velocità angolare:

$$e(t) = K_b \cdot \omega(t) \quad (2.5)$$

Viceversa, nel caso in cui nel rotore circoli la corrente i_a (detta anche *corrente di armatura*), tra i due avvolgimenti presenti sullo statore e sul rotore si manifestano delle forze magnetiche di attrazione o di repulsione, che fanno sì che il motore si metta a ruotare. La formula che mette in relazione la coppia motrice $T_M(t)$ erogata dal motore e la corrente di armatura i_a è la seguente:

$$T_M(t) = K \cdot i_a(t) \quad (2.6)$$

dove K_b è una costante che dipende dalla geometria del motore [10].

Dopo aver considerato le equazioni che descrivono il motore dal punto di vista elettrico, adesso bisogna studiare il motore dal punto di vista meccanico.

Un motore elettrico alimentato con tensioni di statore e di rotore esercita una coppia sull'albero motore che agisce sulla struttura meccanica. Supponendo che l'inerzia di rotore sia J e che sia presente un attrito viscoso B e tenendo conto della coppia di carico $T_L(t)$ esercitata sull'albero motore, si ricava la seguente equazione del moto:

$$T_M(t) - T_L(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt} + B\omega(t) \quad (2.7)$$

Analogamente al caso elettrico, anche per le equazioni meccaniche si può associare una funzione di trasferimento della relazione (2.7):

$$\frac{\omega(s)}{T_M(s) - T_L(s)} = \frac{K_m}{1 + \tau_m s} \quad (2.8)$$

dove $K_m = \frac{1}{B}$ è il *guadagno meccanico* e $\tau_m = \frac{J}{B}$ è la *costante di tempo meccanica*. Inoltre, $\omega(s)$, $T_M(s)$ e $T_L(s)$ sono le trasformate nel dominio di Laplace delle funzioni $\omega(t)$, $T_M(t)$ e $T_L(t)$. Il set dei parametri utilizzati in questo lavoro di tesi è indicato nella tabella 2.1 [10].

Per quanto riguarda la coppia di carico $T_L(t)$, tale parametro è stato considerato a modulo nullo, in quanto, essendo costante, il modello varia a meno di una costante (vedi (2.7)).

L'obiettivo del controllo che ci prefiggiamo è mantenere costante il valore della velocità angolare $\omega(t)$ ad un determinato valore di set point ω_0 pari a 200 rad/s.

J	$42.6 \cdot 10^{-6} \text{ Kg} \cdot \text{m}$
L_a	$170 \cdot 10^{-3} \text{ H}$
R_a	4.67Ω
B	$47.3 \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{sec} / \text{rad}$
K	$14.7 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} / \text{A}$
K_b	$14.7 \cdot 10^{-3} \text{ V} \cdot \text{sec} / \text{rad}$

Tab. 2.1 – Parametri tipici di un motore DC

2.4 Risoluzione del modello matematico

Per poter simulare il funzionamento del motore, è necessario conoscere la descrizione analitica della velocità angolare. Combinando opportunamente le equazioni e le relazioni precedenti, possiamo giungere alla descrizione elettromeccanica del motore elettrico in termini di spazio di stato. Il motore DC, in questa

descrizione, viene visto come un sistema in cui l'ingresso $u(t)$ è rappresentato dalla tensione di armatura $v_a(t)$ e l'uscita $y(t)$ è rappresentata dalla velocità angolare $\omega(t)$. Ponendo $x_1(t) = i_a(t)$, $x_2(t) = \omega(t)$ e $u(t) = v_a(t)$ ed elaborando con le formule (2.6), (2.3), (2.7) e (2.5), si ottiene:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -\frac{R_a}{L_a} x_1(t) - \frac{K_b}{L_a} x_2(t) + \frac{1}{L_a} u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= \frac{K}{J} x_1(t) - \frac{B}{J} x_2(t) + \frac{1}{J} T_L(t) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Lavorando con le relazioni (2.3), (2.7) e (2.9), ricordando che l'uscita è rappresentata dalla velocità angolare ($y(t) = \omega(t) = x_2(t)$) e assumendo che la coppia di carico $T_L(t)$ abbia valore nullo, possiamo scrivere:

$$u(t) = L_a \frac{d}{dt} \left(\frac{J}{K} \frac{dy(t)}{dt} + \frac{B}{K} y(t) \right) + R_a \left(\frac{J}{K} \frac{dy(t)}{dt} + \frac{B}{K} y(t) \right) + K_b y(t)$$

Riordinando l'equazione precedente possiamo scrivere

$$u(t) = a_1 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_2 \frac{dy(t)}{dt} + a_3 y(t), \quad (2.10)$$

dove, per semplicità, si è posto

$$a_1 = \frac{L_a \cdot J}{K}, \quad a_2 = \frac{L_a \cdot B + R_a \cdot J}{K}, \quad a_3 = \frac{R_a \cdot B + K \cdot K_b}{K}.$$

Essendo la (2.10) una equazione differenziale del secondo ordine a coefficienti costanti, risulta che il motore elettrico può essere descritto con un sistema del secondo ordine.

Possiamo riscrivere tale equazione in termini di coefficiente di smorzamento δ e di pulsazione naturale ω_n . In primo luogo, dividiamo entrambi i membri per a_1 ed effettuiamo le seguenti sostituzioni:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{a_3}{a_1}}, \quad \delta = \frac{a_2}{2\sqrt{a_1 a_3}}$$

possiamo scrivere

$$\frac{\omega_n^2 K}{R_a B + K K_b} u(t) = \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\delta \omega_n \frac{dy(t)}{dt} + \omega_n^2 y(t) \quad (2.11)$$

Per ottenere la descrizione analitica dell'uscita $y(t)$, dobbiamo risolvere l'equazione differenziale (2.11). La soluzione di tale espressione può essere ottenuta usando la trasformata di Laplace. Indicando con $Y(s)$ la trasformata di Laplace di $y(t)$, con $U(s)$ la trasformata di $u(t)$, con $y(0)$ il valore iniziale di $y(t)$ e con $y'(0)$ il valore iniziale della derivata di $y(t)$ possiamo scrivere:

$$\frac{\omega_n^2 K}{R_a B + K K_b} U(s) = s^2 Y(s) - s y(0) - y'(0) + 2\delta\omega_n [s Y(s) - y(0)] + \omega_n^2 Y(s)$$

Riordinando la precedente relazione possiamo scrivere:

$$Y(s) = I(s)U(s) + C(s)y(0) + D(s)y'(0) \quad (2.12)$$

dove, per semplicità di notazione, poniamo le seguenti sostituzioni:

$$I(s) = \frac{\omega_n^2 K}{R_a B + K K_b} \cdot \frac{1}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2},$$

$$C(s) = \frac{s + 2\delta\omega_n}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2},$$

$$D(s) = \frac{1}{s^2 + 2\delta\omega_n s + \omega_n^2}.$$

Si evince dall'equazione (2.12) che $I(s)$ è il contributo che dà l'ingresso all'uscita, $C(s)$ è il contributo relativo alla condizione iniziale $y(0)$ e $D(s)$ è il contributo della condizione iniziale sulla derivata prima $y'(0)$.

Dalla (2.12) è possibile ricavare i poli p_1 e p_2 del sistema uguagliando a zero il denominatore del secondo membro. Infatti, si ottiene che:

$$\begin{aligned} p_1 &= \omega_n \cdot \left(-\delta - \sqrt{\delta^2 - 1}\right) = -26.285, \\ p_2 &= \omega_n \cdot \left(-\delta + \sqrt{\delta^2 - 1}\right) = -2.295. \end{aligned} \tag{2.13}$$

Presentando entrambi i poli parte reale negativa, il sistema rappresentato dalla (2.12) risulta asintoticamente stabile.

Mediante il teorema del valor finale è possibile determinare il valore di regime della velocità angolare ω del motore DC. Infatti, secondo tale teorema

$$y(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s)$$

Supponendo che l'ingresso sia un gradino unitario, abbiamo

che $U(s) = \frac{1}{s}$ e, riprendendo la (2.12) e applicando il teorema del

valor finale, otteniamo:

$$y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[I(s) \frac{1}{s} + C(s)y(0) + D(s)y'(0) \right].$$

Svolgendo i calcoli, otteniamo il seguente risultato:

$$y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} I(s) = \frac{K\omega_n^2}{R_a B + K K_b} \cdot \frac{1}{(s - p_1)(s - p_2)} \Big|_{s=0} = \frac{K\omega_n^2}{(R_a B + K K_b) p_1 p_2}$$

Con i valori in tabella 2.1 e i valori p_1 e p_2 trovati nella (2.13), otteniamo un valore a regime della velocità angolare pari a 33.64 rad/sec.

Per verificare la validità dei risultati è stato simulata la risposta al gradino unitario di un motore DC utilizzando il MATLAB[®]. Come si evince dalla fig. 2.6, i risultati ottenuti analiticamente sono

confermati dalla simulazione con il MATLAB[®]. Con tale software, è stato possibile conoscere il tempo di salita, pari a 0.963 sec, e il tempo di assestamento al 2%, pari a 1.74 sec.

Il lavoro svolto in questa tesi proseguirà con l'implementazione del motore DC e del relativo sistema di controllo NCS in un simulatore di rete per studiare le prestazioni al variare dei parametri in gioco.

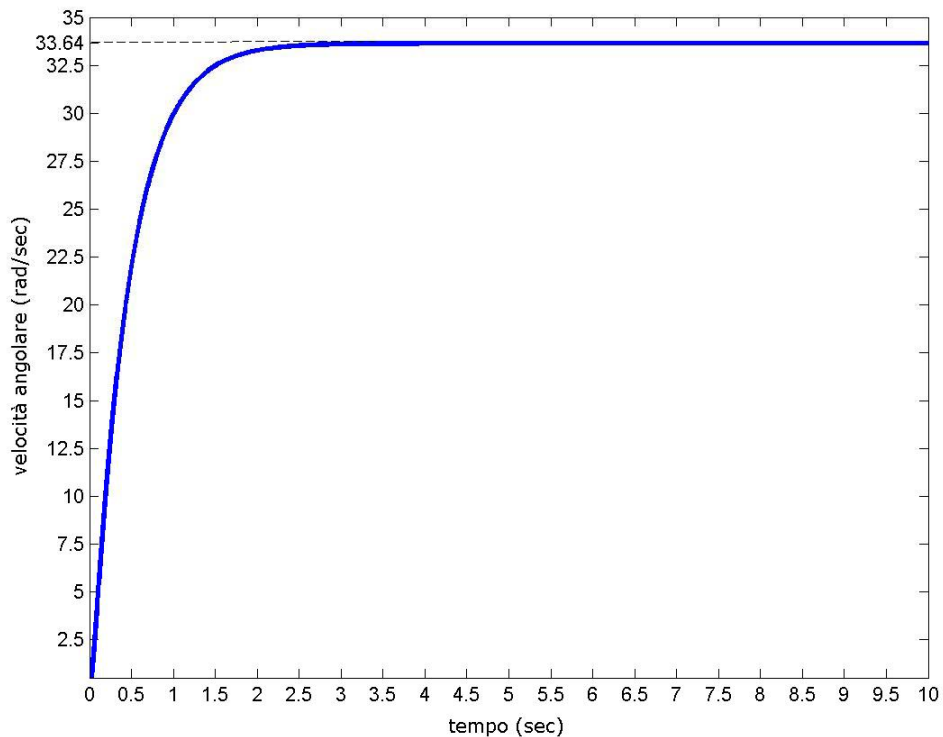


Fig. 2.6 – Risposta al gradino del sistema motore DC