

## CAPITOLO 2

### MODELLI DI MOVIMENTO COLLETTIVO APPLICATI A SISTEMI AD AGENTI

Un sistema multi-agente è un insieme composto da un numero elevato di particelle semplici cooperanti e interdipendenti l'uno dall'altro. Esempi di tali sistemi sono stormi d'uccelli, le comunità sociali, branchi di pesci o la stessa rete Internet e così via.

I membri di alcuni di questi sistemi, ad esempio i pesci, sono in grado, mediante reciproche interazioni e scambi d'informazioni, di modellare il movimento collettivo della comunità, portando il sistema in una fase ordinata, nella quale tutte le particelle, che lo compongono, si muovono con velocità media uniforme e, approssimativamente, nella stessa direzione. Quest'ultima non è scelta a priori, ma ciascun branco spontaneamente sceglie una direzione in cui muoversi. Una proprietà importante dei membri del sistema è che ciascuno di essi è una particella mobile.

Tali sistemi sono stati oggetto di numerose ricerche e pubblicazioni. In particolare sono state elaborati modelli che simulassero la dinamica del sistema, in altre parole il passaggio delle informazioni tra i membri e le modalità con cui queste informazioni sono sfruttate per modificare il comportamento globale della comunità. Nel prossimo paragrafo faremo riferimento a uno di essi: il modello di Vicsek [9]. Il modello è applicato ad un gruppo di particelle che si muovono con velocità costante in modulo, uguale per tutte le particelle, e direzione iniziale casuale. I membri, scambiandosi semplici informazioni, sono in grado di portare il sistema globale in uno stato ordinato, in cui le particelle assumono la medesima direzione di moto. I dettagli del modello saranno esposti nel prossimo paragrafo.

Lo studio e lo sviluppo di questi modelli può avere numerose applicazioni, ad esempio il modello di Vicsek potrebbe essere utilizzato per sviluppare il controllo distribuito di un gruppo di robot, in assenza di coordinazione centrale. Ciascun robot, come la singola particella del modello, colleziona informazioni provenienti da robot vicini, utilizzando sensori e connessioni di tipo wireless, e quindi, servendosi dei dati raccolti dagli altri membri del sistema, è in grado di controllare se stesso, modificando opportunamente il proprio comportamento in funzione di quello degli altri robot [10].

Il modello di Viseck presenta numerosi punti di contatto con le reti di tipo dinamico definite nell'ultimo paragrafo del precedente capitolo. Oggetto del nostro studio nel corso della tesi sarà un sistema complesso, in cui il modello di Viseck viene analizzato attraverso il paradigma delle reti dinamiche. Approfondiremo questo argomento nel corso dell'ultimo paragrafo di questo capitolo.

## 2.1 Il modello di Vicsek

Il modello si applica ad un numero prefissato di particelle che si muovono in un predefinito spazio tridimensionale. Le particelle si muovono con velocità costante in modulo e sono caratterizzate da direzione e posizione iniziale (rispettivamente  $x_i(0)$  e  $\theta_i(0)$  per la  $i$ -esima particella), assegnate in maniera casuale. Analizziamo l'evoluzione temporale del sistema con un approccio tempo discreto. Il modello è governato da un'unica semplice regola: ad ogni passo della simulazione ciascuna particella, assume la direzione media delle particelle che si trovano ad una distanza inferiore al raggio di interazione  $\tau$ . Si considera, in aggiunta, una perturbazione  $\Delta\theta$  che tenga in conto la presenza di disturbi nello scambio d'informazioni tra particelle [9].

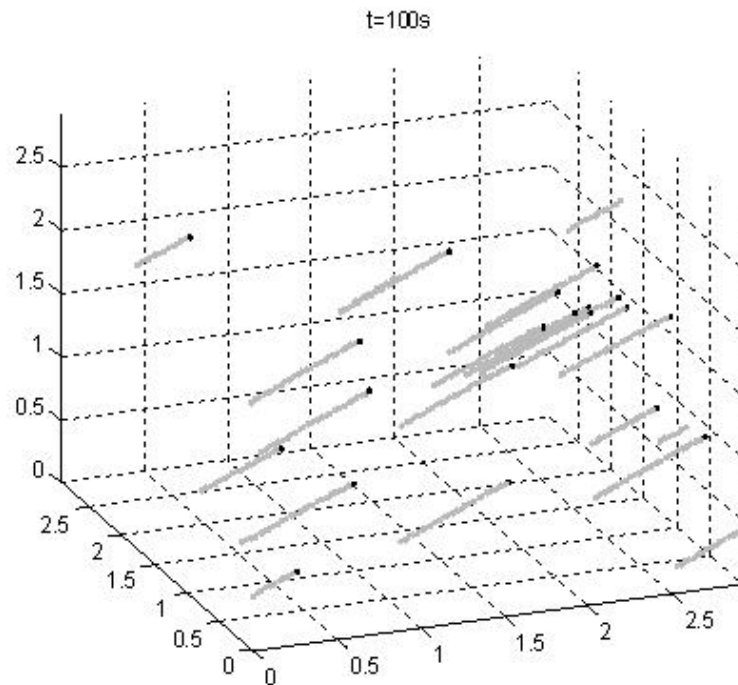
Sia  $L$  la dimensione dello spazio tridimensionale (normalizzata rispetto a  $\tau$ ), e  $v$  il modulo costante della velocità delle particelle,  $N$  il numero di particelle e  $\theta_i(t)$  la direzione della particella  $i$  all'istante  $t$ , e infine sia  $x_i(t)$  la sua posizione all'istante  $t$ . Al passo successivo la direzione e la posizione della particella saranno aggiornate secondo la seguente espressione:

$$\begin{aligned}x_i(t+1) &= x_i(t) + v\Delta t \\ \theta_i(t+1) &= \langle \theta(t) \rangle_\tau + \Delta\theta\end{aligned}$$

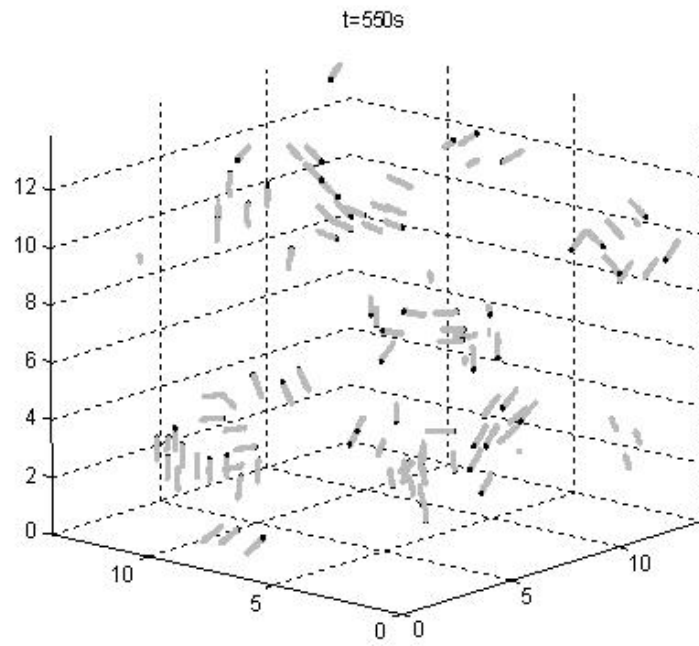
dove  $v$  è il modulo della velocità,  $\Delta t$  è l'intervallo di tempo che intercorre tra due passi della simulazione,  $\Delta\theta$  è un numero casuale estratto con probabilità uniforme nell'intervallo  $[-\pi/2, \pi/2]$  e  $\langle \theta(t) \rangle_\tau$  è la direzione media delle particelle situate a distanza inferiore del raggio di interazione  $\tau$ .

I valori assunti dal rumore  $\eta$  e dalla densità  $\rho = N/L^2$  influenzano notevolmente l'andamento del sistema. La figura 2.1 mostra il comportamento del modello relativamente a tre diverse configurazioni del sistema. In tutte e tre le figure è raffigurata la posizione attuale delle particelle ad un dato istante di tempo (rappresentata

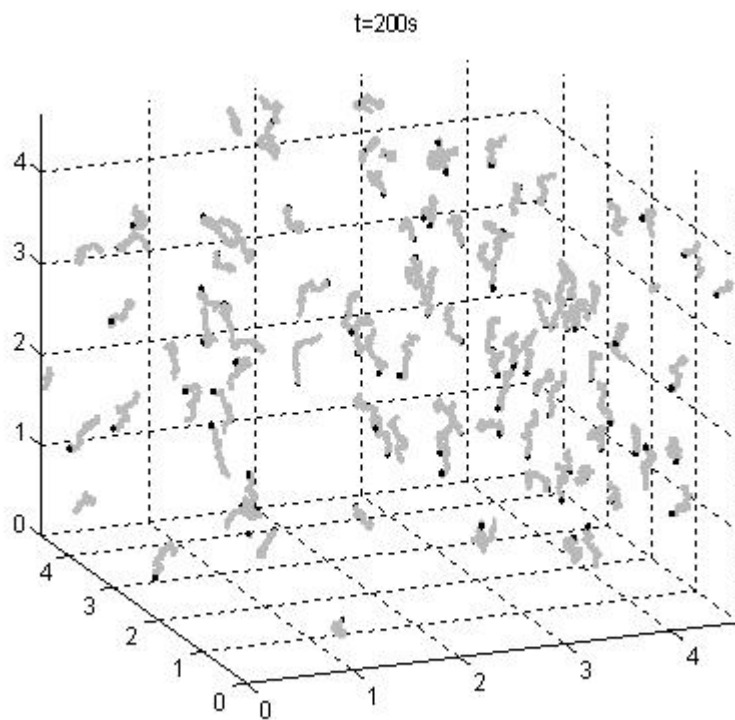
tramite un punto nero) e le ventiquattro posizioni precedenti (pallini grigi). In tutte e tre le simulazioni, il numero di particelle è  $N=100$ . Nelle condizioni di alta densità ( $\rho=1$ ) e basso rumore ( $\eta=0.1$ ) le particelle tendono ad allinearsi assumendo la stessa direzione di moto scelta casualmente (figura 2.1(a) ). Per piccoli valori della densità ( $\rho=0.0375$ ) e del rumore ( $\eta=0.1$ ) le particelle tendono a formare gruppi distinti che si muovono in direzioni casuali (figura 2.1(b) ). Infine in condizioni di alta densità ( $\rho=1$ ) e alto rumore ( $\eta=3$ ), le particelle si muovono disordinatamente in direzioni differenti con qualche piccola correlazione (figura 2.1(c) );



(a)



(b)



(c)

Figura 2.1 : Comportamento del modello (a) per alta densità ( $\rho=1$ ) e basso rumore ( $\eta=0.1$ ), (b) per bassa densità ( $\rho=0.0375$ ) e basso rumore ( $\eta=0.1$ ), e (c) per alto rumore ( $\eta=3$ ) e alta densità ( $\rho=1$ )

S'introduce un parametro d'ordine per caratterizzare il passaggio del sistema alla fase ordinata. Tale parametro è la velocità media normalizzata delle particelle ed è definita dalla seguente espressione:

$$v_a = \frac{1}{Nv} \left| \sum_{i=1}^N v_i \right|$$

dove  $v$  è il modulo costante della velocità delle particelle.

Un valore di  $v_a$  pari a zero indica che le particelle non sono coordinate, mentre un valore di  $v_a$  pari ad uno indica che tutte le particelle hanno assunto la stessa direzione. In figura 2.2 è mostrato il tipico andamento di  $v_a$  al variare del rumore. Le simulazioni sono state effettuate a densità costante ( $\rho=1$ ) e mediando i risultati ottenuti su cinque prove. La curva ideale (curva a tratto continuo) fa riferimento ad una condizione ideale di funzionamento in cui ciascuna particella è in grado di comunicare con tutte le altre particelle del sistema. Ossia il raggio d'interazione di ciascuna particella è esteso

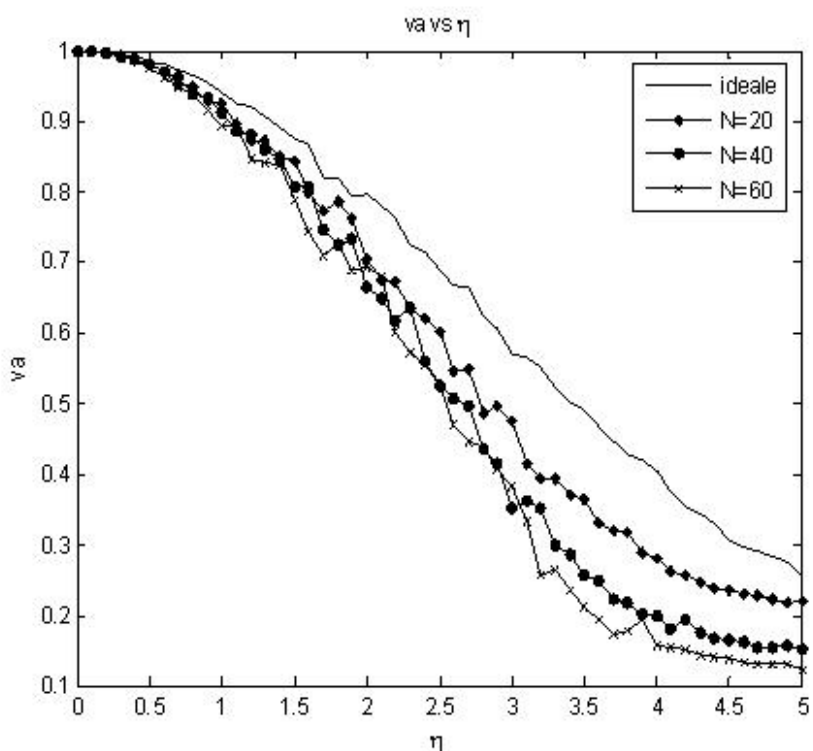


Figura 2.2: andamento della velocità media  $v_a$  in funzione del rumore  $\eta$  per differenti valori di  $N$  e per il caso ideale (linea continua). La densità è stata fissata a  $\rho=1$  in tutti i casi ( $\tau = 1, \Delta t=1$ ).

all'intero spazio tridimensionale. In queste condizioni, le particelle si muovono in maniera compatta massimizzando il valore di  $v_a$ , che risulta condizionato soltanto dal valore assunto dal rumore.

La figura 2.2 mostra come  $v_a$  tenda ad aumentare al diminuire del numero  $N$  delle particelle. Questo è dovuto al fatto che, mantenendo la densità costante, diminuire  $N$  equivale a ridurre  $L$ , la dimensione dello spazio in cui si muovono le particelle. Di conseguenza ciascuna di essa potrà interagire con un numero superiore di particelle rispetto a valori più alti di  $N$ . Dunque, diminuendo  $N$  e tenendo costante  $\rho$ , le prestazioni del sistema si avvicinano a quelle del caso ideale.

Una prima variante che si può apportare a tale modello è quella di introdurre connessioni di lunga distanza, in modo tale da studiare se tale variante introduce comportamenti tipici dei sistemi small-world a cui essa è ispirata. Si considera, quindi, la possibilità di introdurre connessioni di lungo raggio. Ad ogni passo della simulazione, ad un determinato numero di particelle è concesso di creare connessioni a lunga distanza con particelle situate al di fuori del loro raggio d'interazione. Rispetto al modello di Vicsek originale ciascuna delle particelle prescelta incrementa il numero di membri con cui interagisce. Esse infatti oltre a poter sfruttare le connessioni locali, già presenti nel modello originale sono in grado di comunicare con particelle situate a una distanza anche notevolmente superiore al raggio di interazione( tramite le connessioni di lungo raggio) [10].

Il modello di Viseck modificato è maggiormente connesso, poiché sfrutta lo stesso raggio d'interazione con l'aggiunta di qualche connessione di lungo raggio. Questo dovrebbe permettere di aumentare la curva del  $v_a$ , avvicinandola a quella del caso ideale.

La figura 2.3 mostra l'andamento di  $v_a$  al variare del rumore  $\eta$  quando sono introdotte delle connessioni di lungo raggio. Ad ogni passo della simulazione vengono create un numero  $\delta$  di connessioni di lungo raggio. In particolare vengono estratte casualmente  $\delta$  particelle e a ciascuna di esse è concesso di creare una connessione a distanza con una particella situata al di fuori del suo raggio d'interazione. La simulazione è stata effettuata considerando un numero  $N= 60$  di particelle, mentre la densità è stata fissata a  $\rho=1$ . I risultati della simulazione sono mediati su un totale di cinque prove fatte. In figura sono mostrate due curve. Il caso  $\delta=0$  è il modello di Viseck non modificato in cui le connessioni tra le particelle sono solo di tipo locale

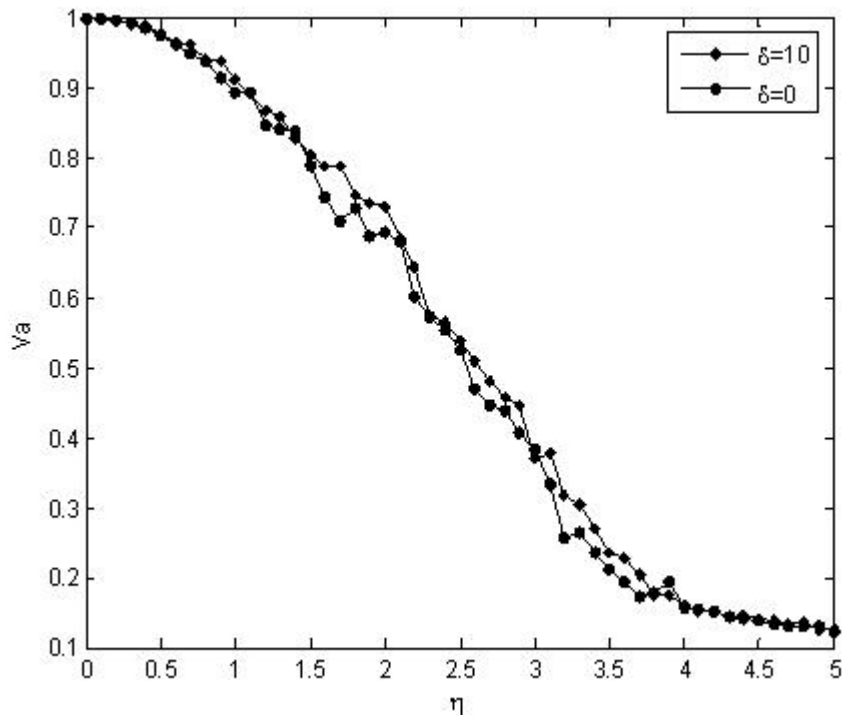


Figura 2.3: le curve rappresentano l'andamento della velocità media  $v_a$  al variare di  $\eta$ , con l'introduzione di connessioni di lungo raggio. Le curve sono relativi a diversi valori di  $\delta$ . Gli altri parametri sono  $N=60$ ,  $\rho=1$ . I risultati sono mediati su un totale di cinque prove

La figura mostra come le prestazioni del sistema siano comparabili nel caso di zero connessioni e di dieci. Una miglioria notevole si registra per i valori di  $\eta$  compresi tra 1.5 e 3.5. L'introduzione delle connessioni di lungo raggio è più efficace qualora fosse aumentato il numero  $N$  di particelle del sistema. Infatti, se ci si mantiene nelle condizioni di densità costante, un incremento di  $N$  corrisponde ad un incremento della dimensione  $L$  dello spazio tridimensionale. In queste condizioni, in cui le particelle si muovono in un ambiente più grande le connessioni di lungo raggio sono più efficaci e danno maggiori benefici in termini di aumento di prestazioni. Discorso analogo può essere fatto per la densità. In condizione d'alta densità l'introduzione di connessioni a distanza non produce incrementi notevoli, perché il sistema privo di connessioni di lungo raggio è già caratterizzato da un elevato valore del parametro d'ordine. Viceversa in sistemi a bassa densità, che sono caratterizzati da prestazioni notevolmente peggiori rispetto ai sistemi ad alta densità, l'introduzione delle connessioni a lungo raggio produce maggiori risultati in termini di incremento delle performance del sistema.

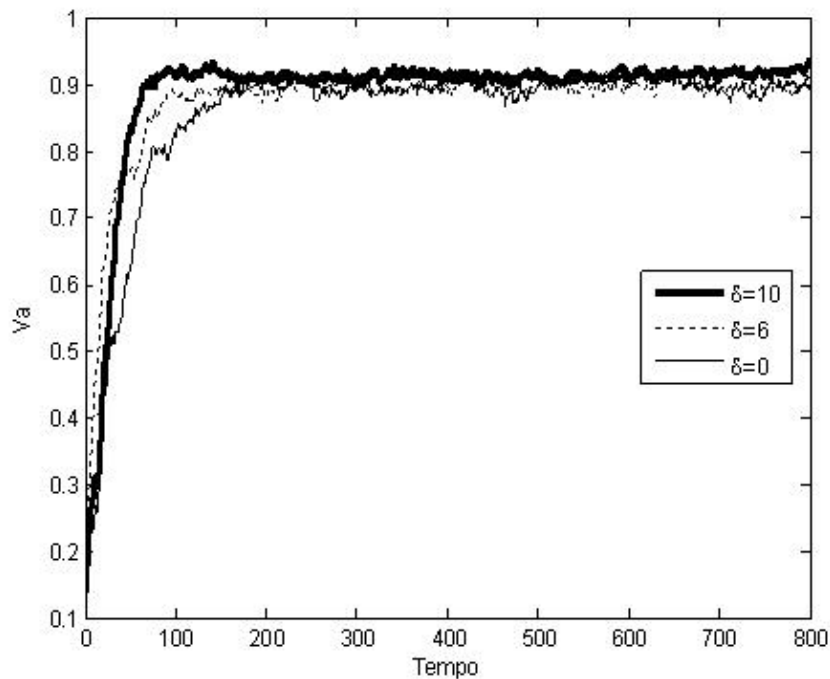


Figura 2.4: Le curve rappresentano l'andamento di  $v_a$  al variare del tempo associate a diversi valori del parametro  $\delta$ . I valori degli altri parametri sono  $N=100$ ,  $\rho=1$  e  $\eta=1$ . I risultati sono mediati su un totale di cinque prove

Un' altro effetto importante delle connessioni di lungo raggio è la diminuzione del tempo necessario a raggiungere il valore stabile di  $v_a$ . Definiamo il tempo di convergenza ( $T_c$ ), il tempo necessario a raggiungere il 90% del valore finale di  $v_a$ . La figura 2.4 mostra l'andamento di  $v_a$  al variare del tempo associato a differenti valori di  $\delta$  (dieci, sei e zero). Gli altri parametri della simulazione sono  $N=100$ ,  $\rho=1$  e  $\eta=1$ . Si nota dalla figura che il tempo necessario a raggiungere il valore di regime è minore quando  $\delta$  è pari a dieci rispetto al caso di nessuna connessione ( $\delta=0$ ). Il caso  $\delta=6$  porta a un incremento di prestazioni intermedio rispetto ai due casi precedenti.

## 2.2 Parallelismi tra reti dinamiche e modelli collettivi

I modelli di movimento e le reti dinamiche presentano numerosi punti di contatto. In una rete dinamica la topologia delle connessioni è soggetta ad evolversi e a adattarsi nel tempo, a causa d'azioni indotte dall'esterno, o a causa delle interazioni reciproche degli elementi interni della rete, o seguendo predefinite direttive di sviluppo.



Il modello di movimento, che è stato introdotto in questo capitolo, può anche essere interpretato nel contesto delle reti dinamiche. Possiamo, infatti, considerare le particelle del modello come nodi di una rete. Ciascun nodo sarà connesso con tutti i nodi che si trovano a distanza inferiore del raggio d'interazione. Poiché, man mano che il sistema si evolve, le posizioni delle particelle si modificano, allo stesso modo la topologia delle connessioni tenderà a modificarsi nel tempo, infatti le particelle tenderanno ad uscire e ad entrare nei raggi di interazione delle particelle circostanti, modificando dinamicamente lo schema delle connessioni con le stesse.

Fatte queste considerazioni, ci proponiamo di studiare il modello di movimento introdotto alla luce del paradigma delle reti dinamiche. Obiettivo della nostra analisi è la valutazione dell'andamento dei parametri caratteristici delle reti, introdotti nel capitolo precedente( coefficiente di clustering, distanza media, grado medio), in corrispondenza dell'evoluzione del modello. In particolare si studierà come variano le prestazioni della rete( effettuando delle misure sui parametri sopra citati) , in corrispondenza del processo di ordinamento del sistema( ossia in corrispondenza dell'incremento di  $\nu_a$  fino al valore di regime). Valuteremo inoltre, gli effetti delle introduzioni di connessioni di lungo raggio sul sistema. Ci si aspetta che, l'introduzione dei collegamenti a distanza produca il cosiddetto "effetto small-world", portando ad una riduzione della distanza media tra i nodi e ad un contemporaneo aumento del coefficiente di clustering. I risultati sperimentali saranno oggetto della parte finale del prossimo capitolo.